

Tematica pentru examenul de Admitere 2023

Disciplina Matematică

Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
- Predicat, cuantificatori.
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd.
- Inducția matematică.

Șiruri

- Modalități de a defini un șir.
- Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii.
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.

Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, $m \in \mathbb{R}$.
- funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții.
- Funcții numerice ($F = \{f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, <, >, \geq$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{C}$, periodicitate.
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

Funcția de gradul I

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$.
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnului raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$), unde $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$.
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$) studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale.
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul

$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, \text{ unde } a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}.$$

- Sisteme de inecuații de gradul I.

Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$.
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, s, p \in \mathbb{R}.$$

Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii/descrășterii: $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$ punct de extrem (vârful parabolei).
- Poziționarea parabolei față de axa Ox , semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($<, >, \geq$), cu $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$, studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe).
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, a, b, c, m, n \in \mathbb{R}.$$

Mulțimi de numere

- **Numere reale:** proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional, $n \geq 2$, proprietăți ale radicalilor.
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
- **Mulțimea \mathbb{C} .** Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
- Rezolvarea în \mathbb{C} a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

Funcții și ecuații

- Funcția putere: $f: \mathbb{R} \rightarrow D, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$.
- Funcția radical: $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$ și $n \geq 2$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar.
- Funcția exponențială: $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x, a \in (0, +\infty), a \neq 1$ și funcția logaritmică: $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, +\infty), a \neq 1$ creștere exponențială, creștere logaritmică.
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
 1. Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
 2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice.

Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate / convexitate.

Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite.
- *Permutări*
 - numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente;
 - numărul funcțiilor bijectivite $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite.
- *Aranjamente*
 - numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite;
 - numărul funcțiilor injective $f: A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite.
- *Combinări*
 - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente;
 - proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente.
- Binomul lui Newton.

Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

Matrice

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice.
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți.

Determinanți

- Determinant unei matrice pătratică de ordin cel mult 3, proprietăți.
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{C})$, $n = \overline{2,3}$.
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar.
- Metoda Cramer de rezolvare a sistemelor liniare.

Bibliografie

Manuale de Matematică pentru clasele a IX-a – a XII-a, aprobate de Ministerul Educației.