

**Tematica pentru examenul de Admitere 2018****Disciplina Matematică****Mulțimi și elemente de logică matematică**

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întregă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale.
- Predicat, cuantificatori.
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd.
- Inducția matematică.

**Șiruri**

- Modalități de a defini un șir.
- Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii.
- Condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru  $n \geq 3$ .

**Funcții; lecturi grafice**

- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma  $x = m$  sau  $y = m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ .
- funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții.
- Funcții numerice ( $F = \{f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$ ); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma  $f(x) = g(x)$  ( $\leq, <, >, \geq$ ); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma  $x = m$ ,  $m \in \mathbb{C}$ , periodicitate.
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

**Funcția de gradul I**

- Definiție; reprezentarea grafică a funcției:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ .
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) - f(x_2)$  (sau prin studierea semnului raportului  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ ), unde  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$ .
- Inecuații de forma  $ax + b \leq 0$  ( $<, >, \geq$ ) studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale.
- Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații de tipul

$$\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}, \text{ unde } a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}.$$

- Sisteme de inecuații de gradul I.

### Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ , simetria față de drepte de forma  $x = m$ , cu  $m \in \mathbb{R}$ .
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, s, p \in \mathbb{R}.$$

### Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea

- Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței  $f(x_1) - f(x_2)$  sau prin rata creșterii/descreșterii:  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ ,  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$  punct de extrem (vârful parabolei).
- Poziționarea parabolei față de axa  $Ox$ , semnul funcției, inecuații de forma  $ax^2 + bx + c \leq 0$  ( $<, >, \geq$ ), cu  $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ , studiate pe  $\mathbb{R}$  sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe).
- Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma

$$\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, a, b, c, m, n \in \mathbb{R}.$$

### Mulțimi de numere

- **Numere reale:** proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale.
- Radical dintr-un număr rațional,  $n \geq 2$ , proprietăți ale radicalilor.
- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.
- **Mulțimea  $\mathbb{C}$ .** Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scădere a numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.
- Rezolvarea în  $\mathbb{C}$  a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

### Funcții și ecuații

- Funcția putere:  $f: \mathbb{R} \rightarrow D, f(x) = x^n, n \in \mathbb{N}$  și  $n \geq 2$ .
- Funcția radical:  $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$  și  $n \geq 2$ , unde  $D = [0, +\infty)$  pentru  $n$  par și  $D = \mathbb{R}$  pentru  $n$  impar.
- Funcția exponențială:  $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty), f(x) = a^x, a \in (0, +\infty), a \neq 1$  și funcția logaritmică:  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_a x, a \in (0, +\infty), a \neq 1$  creștere exponențială, creștere logaritmică.
- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă.
- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor:
  1. Ecuații iraționale care conțin radicali de ordinul 2 sau 3;
  2. Ecuații exponențiale, ecuații logaritmice.

**Notă:** Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația  $f(x) = 0$ , reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate / convexitate.

### Metode de numărare

- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor  $f: A \rightarrow B$ , unde  $A$  și  $B$  sunt mulțimi finite.
- *Permutări*
  - numărul de mulțimi ordonate cu  $n$  elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu  $n$  elemente;
  - numărul funcțiilor bijective  $f: A \rightarrow B$ , unde  $A$  și  $B$  sunt mulțimi finite.
- *Aranjamente*
  - numărul submulțimilor ordonate cu câte  $m$  elemente fiecare,  $m \leq n$ , care se pot forma cu cele  $n$  elemente ale unei mulțimi finite;
  - numărul funcțiilor injective  $f: A \rightarrow B$ , unde  $A$  și  $B$  sunt mulțimi finite.
- *Combinări*
  - numărul submulțimilor cu câte  $k$  elemente, unde  $0 \leq k \leq n$ , ale unei mulțimi finite cu  $n$  elemente;
  - proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu  $n$  elemente.
- Binomul lui Newton.

### Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

#### Matrice

- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice.
- Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți.

#### Determinanți

- Determinant unei matrice pătratică de ordin cel mult 3, proprietăți.
- Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan.

#### Sisteme de ecuații liniare

- Matrice inversabile din  $M_n(\mathbb{C})$ ,  $n = \overline{2,3}$ .
- Ecuații matriceale.
- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar.
- Metoda Cramer de rezolvare a sistemelor liniare.

#### Bibliografie

Manuale de Matematică pentru clasele a IX-a – a XII-a, aprobate de Ministerul Educației Naționale.